

Глава 2

Гравитационное линзирование

2.1 Общие сведения

Гравитационное линзирование – это отклонение траектории света от прямолинейной в гравитационном поле массивных объектов. Выделяют три класса этого явления.

- Сильное гравитационное линзирование, вызывающее легко различимые искажения, такие как кольцо или крест Эйнштейна, дуги и множественные изображения.
- Слабое гравитационное линзирование, вызывающее слабое искажение источников, которые находятся позади линзы. Его можно зафиксировать только после статистического анализа объектов фона, что позволяет найти небольшое согласованное искажение их изображений. Проявляется в небольшом растяжении изображения перпендикулярно направлению к центру линзы.
- Микролинзирование, которое не вызывает видимых искажений формы, но может временно увеличивать или уменьшать количество света от источника. Более подробно микролинзирование описано в Главе 4.

Здесь и далее речь пойдет об эффекте сильного линзирования. Большая часть информации в данном разделе подробно представлена в книге (Schneider, Kochanek, J. Wambsganss 2006). В рамках общей теории относительности можно показать, что в гравитационном поле точечного массивного тела (линзы) с ньютоновским потенциалом Φ угол отклонения светового луча равен

$$\alpha = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{\nabla}_{\perp} \Phi \, dz, \quad (2.1)$$

где z - координата вдоль невозмущённой траектории распространения света (Narayan, Bartelmann 1996, Meneghetti 2016). При этом предполагается, что $\Phi/c^2 \ll 1$, что выполняется практически всегда: например, для самых массивно гравитационно связанных объектов во Вселенной – скоплений галактик – $|\Phi|/c^2 \sim 10^{-4} \ll 1$. Это же условие обеспечивает малость углов: при сильном линзировании углы отклонения света порядка угловых секунд.

Из того, что Φ не зависит от массы тела, попавшего в гравитационное поле, следует, что все фотоны отклоняются на один и тот же угол. Таким образом, сильное гравитационное линзирование ахроматично, то есть не зависит от длины волны.

Непосредственно преломление происходит на очень коротком участке траектории света. В реалистичных моделях линз, в которых масса, вызывающая линзирование, распределена трёхмерным образом, используется приближение плоских линз по аналогии с геометрической оптикой. Это всегда оправдано: характерные размеры самого большого объекта, который может быть линзой, - скопления галактик - порядка 1 Мпк, в то время как продольные расстояния между объектами системы порядка 100-1000 Мпк. Типичная гравитационно-линзированная система изображена на Рисунке 2.

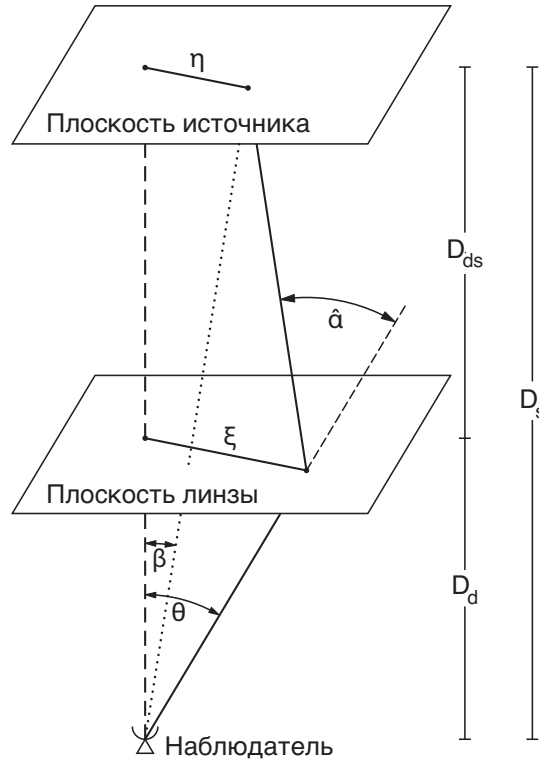


Рис. 2. Типичная гравитационно линзированная система (Schneider, Kochanek, J. Wambsganss 2006). Здесь β и θ - углы между оптической осью (пунктирная линия) и источником и его изображением соответственно, $\hat{\alpha}$ - угол отклонения светового луча, η и ξ - расстояния от оптической оси до источника и его изображения соответственно, D_d - расстояние между наблюдателем и плоскостью линзы, D_{ds} - между плоскостями линзы и источника, D_s - между наблюдателем и источником. Следует отметить, что в общем случае, $D_s \neq D_d + D_{ds}$.

Углами β и θ (двумерными векторами в соответствующих плоскостях) задаются положения источника света и его изображения соответственно. Уравнение линзы, описывающее отображение из плоскости источника на плоскость линзы:

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \hat{\alpha}(D_d \theta) \quad (2.2)$$

где $\alpha(\theta)$ - угол между положениями источника и его наблюдаемого изображения в плоскости линзы, $\hat{\alpha}(\theta)$ - угол отклонения светового луча, D_d , D_s и D_{ds} - расстояния от на-

блюдателя до плоскости линзы, до источника и между плоскостями линзы и источника соответственно (см. Рис. 2). Также вводятся следующие величины: линзирующий гравитационный потенциал $\Psi(\boldsymbol{\theta})$ такой, что

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}) = \nabla \Psi(\boldsymbol{\theta}), \quad (2.3)$$

и безразмерная поверхностная плотность масс в линзе κ (*convergence*), определяемая условием

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \nabla^2 \Psi(\boldsymbol{\theta}), \quad (2.4)$$

Пусть масса линзы распределена в пространстве по закону $\rho(D_d \boldsymbol{\theta}, z)$, где z - координата вдоль оптической оси. Поверхностная плотность вещества в линзе задаётся следующим соотношением:

$$\Sigma(D_d \boldsymbol{\theta}) = \int \rho(D_d \boldsymbol{\theta}, z) dz \quad (2.5)$$

С учётом этого для κ также верно соотношение

$$\kappa = \frac{\Sigma(D_d \boldsymbol{\theta})}{\Sigma_{crit}}, \quad \text{где} \quad \Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_d D_{ds}}, \quad (2.6)$$

c - скорость света, G - гравитационная постоянная. По порядку величины $\Sigma_{crit} \sim 1 \text{ г/см}^2$. Радиус такой окружности в плоскости линзы, плотность внутри которой равна критической, называется *радиусом Эйнштейна*. Обычно он выражается в угловых единицах:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_d D_s}}, \quad (2.7)$$

где M - масса линзы. Эта величина характеризует масштабы гравитационного линзирования и является основной шкалой расстояний при описании этого явления.

В терминах линейной алгебры гравитационное линзирование можно описать как отображение плоскости источника на плоскость линзы, которое задаётся следующей матрицей:

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial^2 \Psi(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Безразмерная плотность κ отвечает за изотропное изменение линейных размеров изображения (увеличение или уменьшение), сдвиг (*shear*) $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ характеризует анизотропное искажение формы изображений. Усиление изображения обратно пропорционально определителю этой матрицы (то есть якобиану этого отображения):

$$\mu = \frac{1}{\det \mathcal{A}} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2} \quad (2.9)$$

Возможно существование некоторого множества точек, для которых выполняется соотношение $\det \mathcal{A} = 0$, в которых усиление *точечного* источника формально бесконечно.

Кривая, образуемая этими точками, называется каустикой, а её образ в плоскости линзы – критической кривой. В реальности бесконечных усилений не наблюдается из-за неточности источников, размер которых и ограничивает значение усиления. Источники, находящиеся по разные стороны от каустик, линзируются принципиально по-разному, чему уделено большое внимание как при изучении сильного гравитационного линзирования (Blandford, Narayan 1986, Narayan, Wallington 1992), так и микролинзирования (J. Wambsganss, Witt, Schneider 1992).

2.2 Формирование нескольких изображений

В космологии есть несколько способов определения расстояний (Hogg 1999). Для описания расстояний между объектами в системе источник - линза - наблюдатель используется понятие расстояния углового диаметра (*angular diameter distance*). Оно определяется следующим образом:

$$D_A(z_1, z_2) = \frac{c}{1+z_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{H_0 \sqrt{\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}, \quad (2.10)$$

где z_1, z_2 - красные смещения соответственно линзы и источника. В данной работе мы рассматриваем плоскую Вселенную со следующими параметрами:

$$H_0 = 70 \text{ км/с/Мпк}, \quad \Omega_m = 0.3, \quad \Omega_\Lambda = 0.7.$$

Важным свойством гравитационного линзирования является возможность формирования нескольких изображений одного и того же источника. Свет, преломляющийся в поле точечной линзы с гравитационным потенциалом $\Psi(\boldsymbol{\theta})$, распространяется от источника до наблюдателя за время

$$\tau(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{c} D_{\Delta t} \cdot \Phi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}), \quad (2.11)$$

$$\text{где } \Phi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \left[\frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\beta})^2 - \Psi(\boldsymbol{\theta}) \right]. \quad (2.12)$$

$$\text{и } D_{\Delta t} = \frac{D_d D_s}{D_{ds}} (1 + z_1) \quad (2.13)$$

Множитель $\Phi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta})$ называется *потенциалом Ферма*. Первое слагаемое в выражении (2.12) означает геометрическую задержку, так как траектория, вдоль которой распространяется свет, удлиняется, и, как следствие, увеличивается время его распространения относительно прямой линии. Второе слагаемое - гравитационная задержка, также известная как эффект Шапиро (Irwin I. Shapiro 1964), так как в соответствии с ОТО время около гравитирующих тел идет “медленнее”. В соответствии с принципом Ферма изображения формируются там, где $\nabla \tau(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \nabla \Phi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = 0$ (Schneider 1985). Следовательно,

возможно появление нескольких изображений одного и того же источника (то есть возможно несколько значений θ для одного положения источника β). Так как отдельные лучи света от источника, дошедшие до наблюдателя, отклоняются под разными углами, геометрические задержки для них различны (см. Рис. 3).

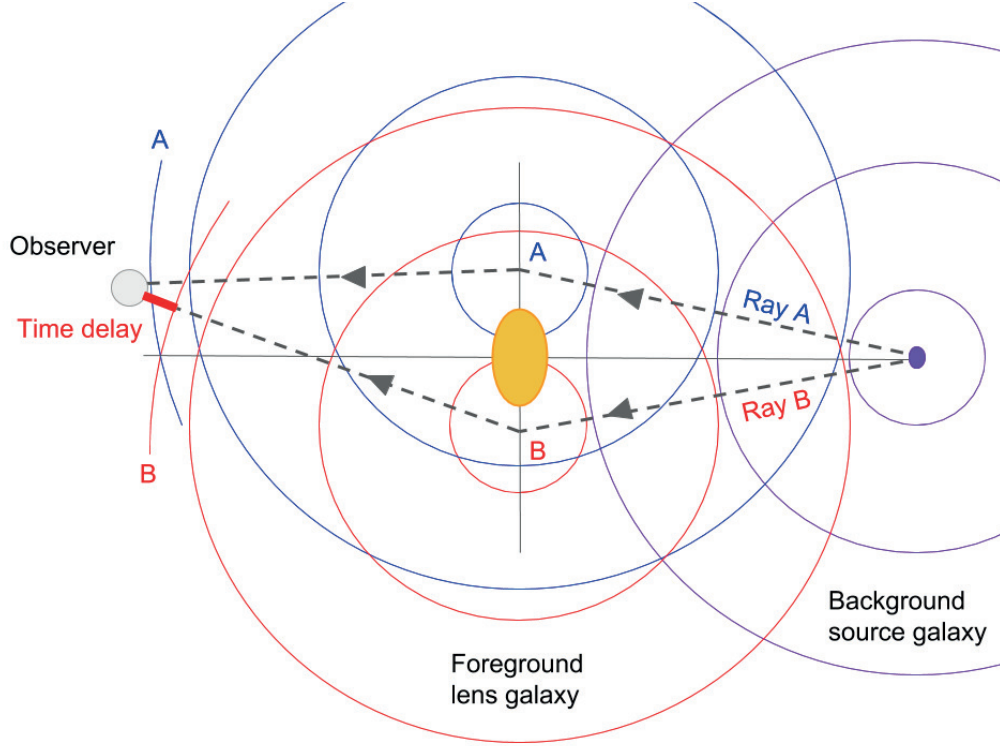


Рис. 3. Схематическая иллюстрация возникновения геометрического слагаемого в выражении для временной задержки (Treu, Marshall 2016).

Непосредственно $\tau(\theta, \beta)$ не поддаётся измерению. Но возможно измерить разницу этих величин для различных изображений:

$$\Delta\tau_{AB} = \tau(\theta_A, \beta) - \tau(\theta_B, \beta) = \frac{D_{\Delta t}}{c} \left(\Phi(\theta_A, \beta) - \Phi(\theta_B, \beta) \right) = \frac{D_{\Delta t}}{c} \Delta\Phi_{AB}. \quad (2.14)$$

Нетрудно увидеть, что величина $D_{\Delta t}$, которая называется *расстоянием временной задержки* (time-delay distance) и определяется выражением (2.13), обратно пропорциональна H_0 , что видно из формулы (2.10). Важно также отметить множитель $(1+z_1)$, который возникает из-за расширения Вселенной (временная задержка "происходит" на красном смещении z_1). Таким образом,

$$\Delta\tau_{AB} \propto \frac{1}{H_0} \Delta\Phi_{AB}. \quad (2.15)$$

Если смоделировать линзирующий потенциал $\Psi(\theta)$ и положение источника β , которое может быть недоступным для наблюдений, и на основе этих данных рассчитать $\Delta\Phi_{AB}$, а также точно измерить временные задержки между изображениями, то можно вычислить значение постоянной Хаббла H_0 и других космологических параметров, например, без-

размерных плотности материи Ω_m и тёмной энергии Ω_Λ . Зависимость $D_{\Delta t}$ от H_0 наиболее сильная, поэтому дальнейшее исследование посвящено именно этому параметру.

Важно отметить, что распределение массы в линзы подвержено ряду вырождений, самым существенным из которых является так называемое "массовое вырождение слоя" (*mass-sheet degeneracy*). Существует такое преобразование модели распределения массы в линзе, при котором наблюдаемые величины - положения изображений источника, относительные усиления, видимые звездные величины (наблюдаемый поток) - остаются прежними, в то время, как временные задержки могут испытывать серьёзные изменения (Falco, Gorenstein, I. I. Shapiro 1985). Для снятия данного вырождения необходимо привлечение дополнительной информации о потенциале линзы, которое может быть получено, например, моделированием динамики звёзд в галактике-линзе или изучением среды вдоль луча зрения (Suzy et al. 2010).

Особенности формирования изображений гравитационно-линзированных источников в зависимости от модели линзы подробно разобраны в литературе (Blandford, Narayan 1986, Kayser, Refsdal 1983, Narayan, Bartelmann 1996, P. L. Schechter, J. Wambsganss 2002).