Астрономия – VII

1 Немного геометрии

Согласно теории Коперника, планеты с постоянной скоростью вращаются по окружностям, в центре которых находится Солнце. Оказалось, что такая модель не соответствует наблюдениям. Прежде чем описывать законы движений планет, вспомним геометрию.

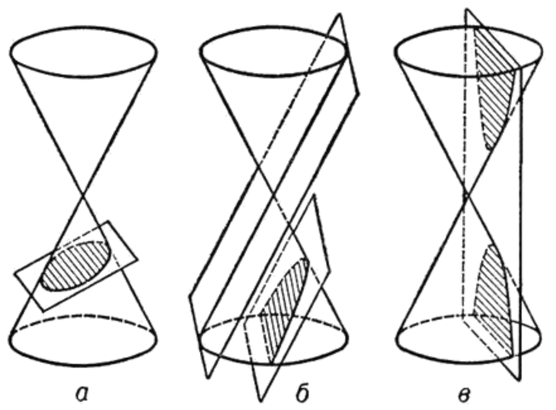

Рис.2. (а) - эллипс, (б) - парабола, (в) - гипербола.

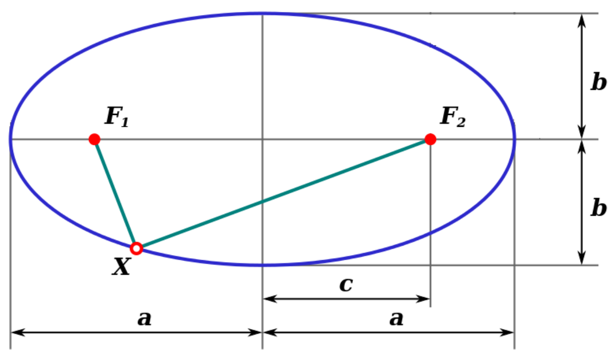

Рис.3. К описанию эллипса.

Сечения конуса плоскостью (см. рисунок слева) могут давать три типа кривых: эллипс, параболу или гиперболу. В силу закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона траектория небесного тела в поле тяготения другого, гораздо более массивного тела, может являться одной из трёх описанных выше кривых[1].

Эллипс - геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух заданных точек - **фокусов** (на рисунке обозначены как F_1 и F_2) - постоянна[2]. **Окружность** является частным случаем эллипса (фокусы совпадают друг с другом и с центром окружности). **Большая и малая полуоси** эллипса - расстояние от центра фокуса до самой дальней и до самой ближней от него точек соответственно (на рисунке обозначены как **a** и **b**). Одной из характеристик эллипса является **эксцентриситет** e, который задаётся формулой

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

В справедливости этой формулы нетрудно убедиться самостоятельно[3]. Понятно, что для эллипса $e < 1$, для окружности $e = 0$; для других конических сечений также можно определить эксцентриситет (по другим формулам). У параболы $e = 1$, у гиперболы $e > 1$.

[1]Это не очень трудно показать, используя полярные координаты. Не будем заострять на этом внимание.

[2]То есть сумма длин отрезков F_1X и XF_2 постоянна для любой точки X, лежащей на эллипсе.

[3]Мысленно передвиньте точку X на рисунке сначала в самую ближнюю к центру, а потом в самую дальнюю от центра точку, посчитайте сумму расстояний от любого из фокусов до этих точек и приравняйте эти суммы. После этого станет очевидным равенство $c^2 = a^2 - b^2$.

2 Законы Кеплера

Эти законы, подобранные Иоганном Кеплером на основе анализа астрономических наблюдений Тихо Браге, описывают идеализированную гелиоцентрическую орбиту планеты. На самом деле, согласно этим законам двигаются не только планеты, но и кометы, астероиды и другие малые тела вокруг Солнца, а также спутники вокруг планет. Вообще, законы Кеплера хорошо описывают движение тела массой m_1 вокруг тела массой m_2 при условии, что m_2 много больше m_1 и вокруг них больше нет никаких сопоставимых с ними по массе тел. Их можно вывести из законов Ньютона и закона всемирного тяготения.

Первый закон: орбита каждой планеты Солнечной системы - эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце.

У всех планет (кроме Меркурия и Плутона) эксцентриситет орбиты не превышает 0,1. Можно сказать, что планеты двигаются практически по окружностям, то есть большая полуось примерно равна малой - в этом нетрудно убедиться, подставив 0,1 (или меньшую величину) в формулу выше и выразив из неё соотношение между **a** и **b**.

Второй закон: каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, заметает собой равные площади.

С этим законом связаны два понятия: *перигелий* - ближайшая к Солнцу и *афелий* - наиболее удалённая от Солнца точки орбиты[4]. На рисунке справа площади закрашенных секторов равны. Дуги эллипса, на которые опираются эти сектора (выделены пожирнее) планета проходит за одинаковые промежутки времени. Следовательно, планета движется неравномерно: в афелии её скорость минимальна, в перигелии максимальна. Иногда этот закон формулируют так: секториальная скорость планет относительно Солнца постоянна.

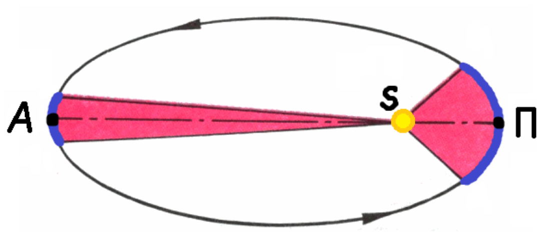

Рис.4. Иллюстрация второго закона Кеплера. **А** - афелий, **П** - перигелий, **S** - Солнце.

Третий закон: квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей орбит планет.

Этот закон можно переформулировать следующим образом: $T^2/a^3 = const$ - величина постоянная, которая определяется только массой Солнца и некоторыми физическими постоянными, то есть указанное отношение одинаково для всех планет. Если измерять период обращения **T** планеты в земных годах, а длину большой полуоси **a** (которая, как было показано выше, не сильно отличается от длины малой полуоси **b** и от среднего расстояния между Солнцем и планетой) в астрономических единицах, то $const = 1$ год^2/(а.е.)^3.

Например, найдём период обращения Сатурна вокруг Солнца в земных годах. Примерный радиус его орбиты равен[5] 10 а.е. Не пытаясь угнаться за точностью, скажем, что это и есть длина большой полуоси орбиты Сатурна: $a_{\text{Сатурна}} = 10$ а.е. Теперь подставим полученное значение в третий закон Кеплера:

$$T^2_{\text{Сатурна}} = a^3_{\text{Сатурна}} \frac{\text{год}^2}{\text{а.е.}^3} \Rightarrow T_{\text{Сатурна}} = a_{\text{Сатурна}}{}^{3/2} \text{ лет} = 10^{3/2} \text{ лет} \approx 31,6 \text{ лет}.$$

В действительности период обращения Сатурна немного меньше: примерно 29,5 земных лет. Очевидно, что период обращения планеты тем больше, чем она дальше от Солнца.

[4] Говоря о вращении чего-либо по эллипсу вокруг Земли, используют понятия *перигей* и *апогей*.

[5] Его можно оценить, например, по правилу Тициуса-Боде: $R_{\text{Сатурна}} = 0.3 \cdot 32 + 0.4 = 10$ а.е.