

1 Фотоны

1. Чему равна энергия фотона с длиной волны 500 нм? Выразите её в электрон-вольтах.
2. Предположим, что у всех излучаемых Солнцем фотонов длина волны равна 500 нм. Оцените число фотонов, излучаемых Солнцем за одну секунду.
3. Сравните значение эффективной температуры Солнца, полученное из закона смещения Вина, со значением, полученным из закона Стефана-Больцмана.

Справка: $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ кг·м²·с⁻¹ (Дж·с), 1 эВ = $1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴).

2 Закон смещения Вина

1. Спектральная плотность мощности излучения абсолютно чёрного тела (мощность, излучаемая с поверхности единичной площади в единичном интервале длин волн) задаётся формулой Планка:

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1 \right)^{-1}.$$

Продифференцируйте эту зависимость по λ и найдите длину волны λ_{max} , на которой интенсивность (спектральная плотность мощности) излучения максимальна. Совет: выполните замену $x = \frac{hc}{\lambda kT}$. Приближенное решение получившегося трансцендентного уравнения можно получить, раскладывая экспоненту в ряд Тейлора в окрестности $x_0 = 5$.

2. Получите зависимость мощности излучения в единичном интервале частот в Герцах $R(\nu, T)$ от температуры и частоты из условия

$$R(\lambda, T)d\lambda = R(\nu, T)d\nu.$$

3*. Найдите частоту, при которой зависимость $R(\nu, T)$ достигает максимума. Выполняется ли условие $\lambda_{max} \cdot \nu_{max} = c$? Проверьте это и попробуйте объяснить результат.

3 Солнце

Солнце не расширяется и не сжимается, оно находится в гидростатическом равновесии, так как силе гравитации, стремящейся сжать Солнце, препятствует сила газового давления изнутри. Для оценок представим Солнце в виде двух равных половинок, центры масс которых находятся на расстоянии порядка радиуса Солнца $R_\odot$. Считая, что все параметры, характеризующие вещество Солнца, одни и те же в различных его частях, и воспользовавшись законом Менделеева—Клапейрона, выразите давление газа [1] на границе между двумя половинками через плотность и температуру. В действительности эти величины внутри Солнца меняются с глубиной, но для расчётов можно использовать среднее значение плотности [2]. Так как внутри Солнца водород ионизован, его молярная масса будет равна $\mu_\odot = 0.5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (объясните этот факт [3]). Для атомарного водорода, из которого состоит тонкий внешний слой Солнца, молярная масса в два раза больше.

Согласно закону тяготения Ньютона, сила притяжения между двумя половинками, стремящаяся сжать Солнце, равна [4]. Так как поверхность, разграничивающая половинки, имеет площадь [5], то создаваемое на ней силой притяжения давление равно [6] (выразите его через массу и радиус Солнца, а также G , после чего подставьте численные значения). Во сколько раз оно больше нормального атмосферного давления [7]? Приравняв давление, создаваемое гравитацией, к газовому, препятствующему сжатию Солнца, получите среднюю температуру солнечного вещества [8].

То, что средняя температура Солнца близка к полученному значению, а на его поверхности она приблизительно равна 6000 К, означает, что температура Солнца меняется с глубиной. Более точные расчёты показывают, что температура в центре Солнца превышает среднюю почти в 3.5 раза и достигает значения 14 млн К. На расстоянии $0.7R_\odot$ от центра температура падает до 10^6 К. Плотность вещества в центре Солнца равна $1.5 \cdot 10^5$ кг/м³, что более чем в 100 раз выше его средней плотности.

4 Известные соотношения

1. Найдите суммарную звездную величину скопления из N звезд звездной величины m каждая. Сколько звёзд величиной 6^m имеют такой же блеск, как одна звезда 1^m ?
2. Найдите разность абсолютных звездных величин двух звезд одинакового размера, эффективные температуры которых отличаются на 10%. Воспользуйтесь известным соотношением между светимостью, радиусом и эффективной температурой звезды. $\lg e = 0,43$.

5 Белые карлики

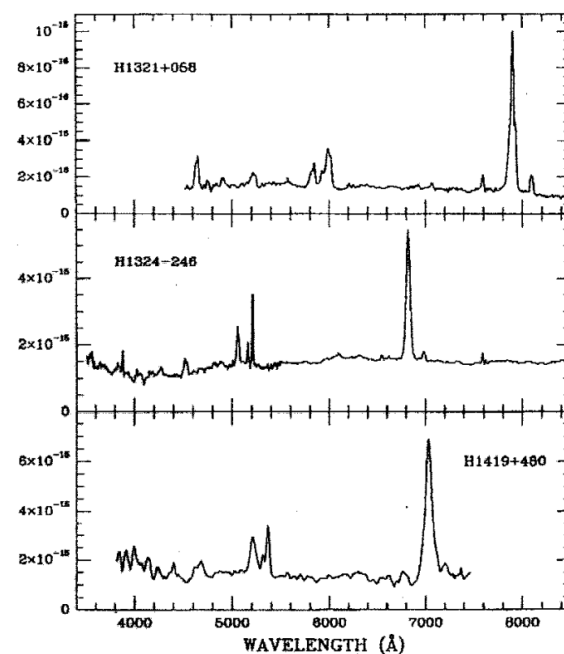
1. Белый карлик Сириус В имеет $T = 25000$ К и $R = 0.0084 \cdot R_{\odot}$. Выразите его светимость в $L_{\odot}$ (считайте, что $T_{\odot} = 5800$ К). Какой разнице в звёздных величинах отвечает полученное отношение светимостей? Найдите его абсолютную звездную величину.
2. Звезда 40 Эрида В – один из первых открытых белых карликов (и один из наиболее изученных к настоящему времени). Он имеет эффективную температуру 17000 К и абсолютную звездную величину 11.0^m . Найдите его радиус.

6 Красное смещение

1. H_{α} - спектральная линия атома водорода, соответствующая переходу с уровня $n = 3$ на уровень $n = 2$ (первая из линий в серии Бальмера). Вычислите соответствующую ей длину волны в ангстремах ($\text{\AA}$). Напомним:

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ эВ}}{n^2}; \quad 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м.}$$

- В каком диапазоне находится эта линия?
2. На рисунке изображены спектры трёх квазаров. Наиболее заметная линия в каждом из них соответствует спектральной линии H_{α} . Определите красные смещения этих квазаров и их скорости.



7 Телескопы

Телескоп	Эффективный диаметр	Длина волны наблюдений
Very Large Array (VLA)	36 км	6 см
Hubble Space Telescope (HST)	2.4 м	0.6 мкм
Spitzer Space Telescope	85 см	5 мкм

1. Сравните угловое разрешение телескопов из таблички выше.
2. Каков наименьший линейный размер образований на Луне, которые можно различить невооруженным глазом? $R_{\text{Земля-Луна}} = 384000$ км. Оцените размер телескопа, в который с Земли можно будет разглядеть посадочный модуль корабля "Аполлон" шириной 4 метра.

8 Наибольшая вероятность

Случайная величина X соответствует нормальному распределению $N(0, \sigma)$. При каком значении σ вероятность $P(a < X < b)$ наибольшая? Считайте, что $0 < a < b$.

